

DIAMETRE EQUIVALENT D'UN DRAIN PLAT ET SUIVI DE LA CONSOLIDATION SUR UN CAS DE PRECHARGEMENT

EQUIVALENT DIAMETER OF A FLAT PREFABRICATED DRAIN AND A CASE OF CONSOLIDATION MONITORING OF A PRELOADING EMBANKMENT

François BAGUELIN¹, Arnaud FINIASZ²

¹ *Consultant en géotechnique, Villennes sur Seine, France*

² *Fondasol Paris, Argenteuil, France*

RÉSUMÉ – Tout d'abord on présente une solution analytique pour le diamètre équivalent d'un drain plat, établie grâce à la théorie du potentiel complexe des champs laplaciens. Puis on donne les vérifications expérimentales de la vitesse de consolidation effectuées sur le chantier Ikea à Bayonne, où les alluvions molles d'une épaisseur de 20 m à 50 m ont été traitées par drains plats plastiques, verticaux, puis pré-chargées par un remblai.

ABSTRACT – First an analytical solution is presented for the equivalent diameter of a flat drain, solution which is derived from the theory of complex potential of Laplace fields. Then are shown the experimental checks of the consolidation rates measured on the Ikea construction project at Bayonne, where soft alluvial deposits, 20m to 50 m thick, have been treated by vertical, flat, plastic drains and preloaded by an embankment.

1. Introduction

La théorie de Barron-Carillo permet d'évaluer la vitesse de consolidation d'une couche compressible munie de drains verticaux. Elle suppose que la section horizontale du drain est circulaire. Pour un drain plat, il faut donc déterminer un diamètre équivalent.

On peut observer les errements suivants dans la pratique pour un drain de largeur L :

- équivalence du périmètre : ceci donne un diamètre équivalent : $D_{eq} = 2/\pi L = 0.64 L$
- diamètre équivalent égal la moitié de la largeur : $D_{eq} = 0.50 L$.

L'article de synthèse de Magnan *et al.*, 1980, cite ces valeurs. Les recommandations des Laboratoires des Ponts-et-Chaussées, 1971, donnent la règle de la demi-largeur, sans en donner la justification.

Cet article a pour objet d'établir analytiquement la valeur théorique du diamètre équivalent d'un drain plat, dans les conditions idéales, qui sont que le drain a une épaisseur nulle et que le sol environnant, en particulier au contact du drain, est intact.

2. Solution analytique du diamètre équivalent

2.1. Théorie du potentiel complexe des champs laplaciens

On considère dans un plan horizontal un écoulement permanent régi par la loi de Darcy. Le vecteur vitesse \mathbf{V} de composantes $u(x,y)$ et $v(x,y)$ dérive d'un potentiel φ : $\vec{V} = \text{grad } \varphi$. Ce potentiel obéit à la loi de Laplace :

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0 . \quad (1)$$

On peut associer à φ , potentiel scalaire, une fonction de courant, ψ , ce qui donne un potentiel complexe f , fonction de l'affixe $z = x + i y$, position du point courant M :

$$f(z) = f(x+iy) = \varphi + i \psi \quad (2)$$

Les fonctions φ et ψ , réelles, sont reliées par les relations dites d'association :

$$u(x, y) = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y} \quad \text{et} : \quad v(x, y) = \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x} \quad (3)$$

Les lignes $\varphi = \text{constante}$ sont les lignes équipotentielles. Les lignes $\psi = \text{constante}$ sont les lignes de courant. Elles forment un réseau orthogonal.

Considérons une transformation du plan (x,y) en un plan image (X,Y) par une fonction complexe dérivable : $Z = g(z)$, et affectons la même valeur de potentiel complexe f au point de départ M , d'affixe $z = x + i y$, et au point image M' d'affixe $Z = X + i Y$. La théorie montre que l'on a alors dans le plan image (X,Y) un réseau orthogonal de lignes équipotentielles et de lignes de courant.

La figure 1a présente le cas d'un écoulement permanent vers un drain circulaire de rayon r_0 . En désignant par \log le logarithme népérien, par r et θ les coordonnées polaires de l'affixe z : $z = r e^{i\theta}$, le potentiel complexe est, en posant $R = r/r_0$ et en imposant pour le potentiel scalaire φ une valeur nulle au bord du drain ($r=r_0$) :

$$f(z) = -\mu \log (z/r_0) = -\mu \log R - i \mu \theta \quad (4)$$

Le potentiel scalaire est : $\varphi = -\mu \log R$. La fonction de courant est : $\psi = -\mu \theta$. Le débit algébrique, négatif, est :

$$\Delta\psi = \psi[\theta=2\pi] - \psi[\theta=0] = -2\pi\mu \quad (5)$$

Avec : k , perméabilité, H_0 et H_1 charges en r_0 et r_1 , vérifiant : $H_1 > H_0$ pour un puits, on a : $\varphi_1 = -k(H_1-H_0)$, $\mu = k(H_1-H_0)/\log(r_1/r_0)$, $Q=2\pi\mu$, « débit physique », positif.

2.2. Application de la théorie au drain plat. Diamètre équivalent.

Le schéma de la figure 1b présente l'écoulement vers un drain plat ; il est symétrique par rapport à chacun des deux axes. En remplaçant l'écoulement du demi-plan inférieur par un écoulement de sens opposé, on obtient l'écoulement antisymétrique de la figure 1c : c'est l'écoulement à travers une fente AB, de même largeur que le drain plat. Un tel écoulement est un cas classique d'application de la théorie des potentiels complexes.

On utilise une transformation de Joukowski d'ordre 2. Avec $L = 2c$, largeur de la fente ou largeur du drain plat, R et Θ coordonnées polaires du plan image ($Z = X+iY = R e^{i\Theta}$), cette transformation est exprimée par les relations suivantes :

$$\frac{z/c-1}{z/c+1} = \left[\frac{Z-1}{Z+1} \right]^2 \quad \text{ou} : \quad \frac{z}{c} = \frac{1}{2} \left(Z + \frac{1}{Z} \right). \quad (6)$$

$$\frac{z}{c} = \frac{1}{2} \left[R e^{i\Theta} + \frac{e^{-i\Theta}}{R} \right] = \frac{\cos \Theta}{2} \left(R + \frac{1}{R} \right) + \frac{i \sin \Theta}{2} \left(R - \frac{1}{R} \right) \quad (7)$$

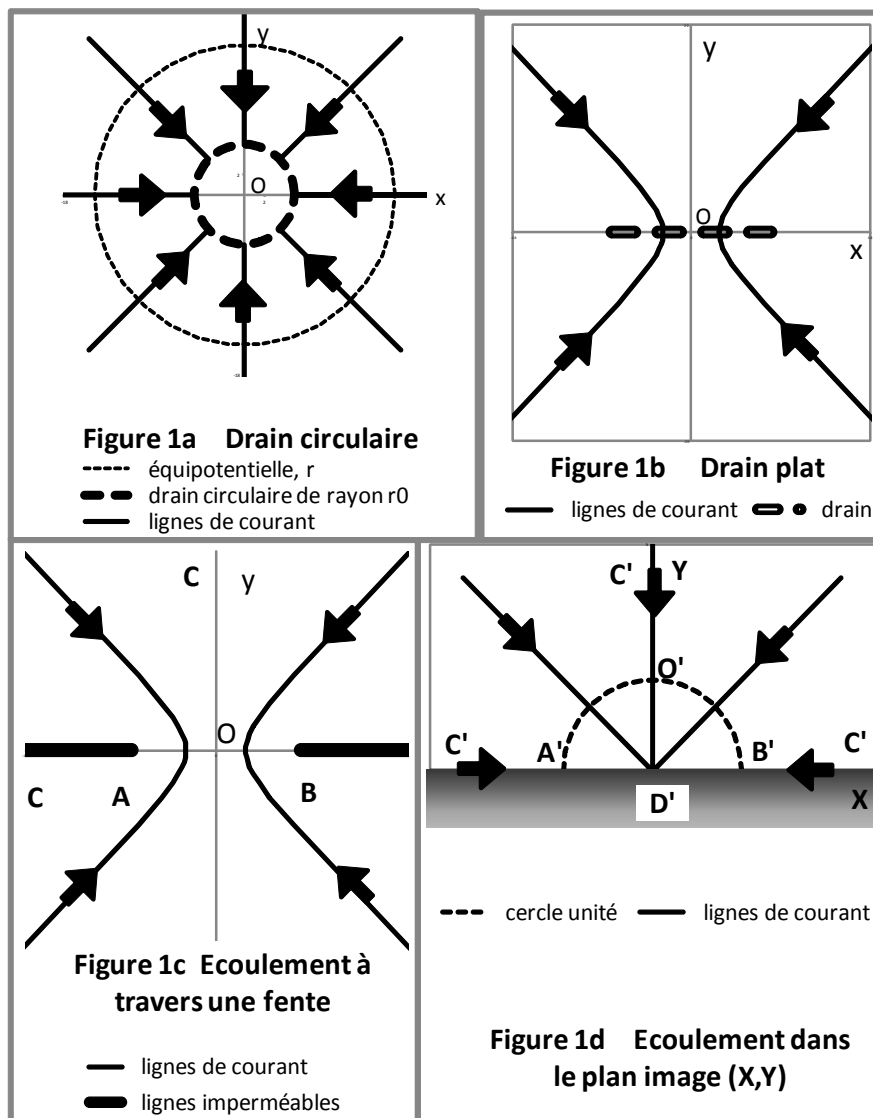


Figure 1 - Quatre écoulements permanents

L'écoulement image dans le plan (X,Y) est un écoulement limité au demi-plan supérieur (Figure 1d). D'après la relation (7), le demi-cercle unité $A'O'B'$ ($R=1$, Θ de 0 à π) donne la fente AOB du plan (x,y) puisque $y=0$, et x varie de +1 à -1 ; la source C' répartie à l'infini positif ($R \rightarrow \infty$, Θ de 0 à π) donne la source C répartie à l'infini positif ; le puits concentré D' ($R=0$, Θ de 0 à π), à l'origine des axes du plan image (X,Y) , donne le puits à l'infini négatif D , car $(R-1/R)$ tend vers l'infini négatif, $\sin \Theta$ est positif, donc y est négatif.

L'écoulement de la Figure 1d est ainsi celui d'un demi-puits, avec : $0 < \Theta < \pi$; le potentiel complexe est :

$$f(Z) = -\lambda \log Z = -\lambda \log R - i \lambda \Theta \quad (8)$$

Le débit physique du demi-puits vaut $\lambda\pi$. Dans le plan image (X,Y) , les équipotentiels correspondent à R fixé et sont des demi-cercles, les lignes de courant correspondent à Θ fixé et sont des demi-droites. D'après la relation (7), elles deviennent, dans le plan (x,y) de la Figure 1c, respectivement :

- des demi-ellipses, de demi-axes : $a = c/2.(R+1/R)$ et $b = c/2.(R-1/R)$, de distance focale c , car $a^2-b^2=c^2$.
- des branches d'hyperbole de demi-axe transverse : $a = c \cos \Theta$, de paramètre $b = a \operatorname{tg} \Theta = c \sin \Theta$, et de distance focale c , car $a^2+b^2=c^2$.

$R \geq 1$, région \mathcal{E} extérieure au demi-cercle unité de la figure 1d, donne un réseau de demi-ellipses et de demi-hyperboles homofocales, couvrant la partie supérieure des figures 1c et 1b, représentées dans la partie supérieure de la figure 2. Les foyers sont les extrémités de la fente et le débit vaut $\lambda\pi$. Ce sont les équipotentiels et les lignes de courant du demi-drain plat. Si l'on applique à la région \mathcal{E} de la figure 1d, la transformation $z_c = Z.r_0$, on obtient un demi-drain circulaire de rayon r_0 , comme en 2.1. En prenant $\mu = \lambda$, on a le même débit que pour le demi-drain plat.

Lorsque R tend vers l'infini positif, $1/R$ tend vers zéro, et l'on a alors :

$$z \approx R e^{i\Theta} . c/2 \quad (\text{demi-drain plat}) \quad z_c = R e^{i\Theta} . r_0 \quad (\text{demi-drain circulaire})$$

Il suffit que : $r_0 = c/2$, soit : $D_{\text{éq}} = L/2$ pour que les équipotentiels deviennent asymptotiquement équivalents.

Le diamètre équivalent est égal à la demi-largeur du drain plat.

En complétant en partie inférieure, par symétrie, les demi-drains, plat ou circulaire, on obtient les réseaux complets de la figure 2. Pour $R=10$, l'écart relatif entre cercle et ellipse vaut $1/R^2$, soit 1%. Le rayon du cercle est alors $5c$, soit $2,5L$. Par exemple, pour un drain de 10 cm de large, les équipotentiels sont des cercles à mieux que 1% lorsque la distance est supérieure à 25 cm, valeur à comparer au rayon des mailles du système de drains, souvent de l'ordre de 0,7m à 1m.

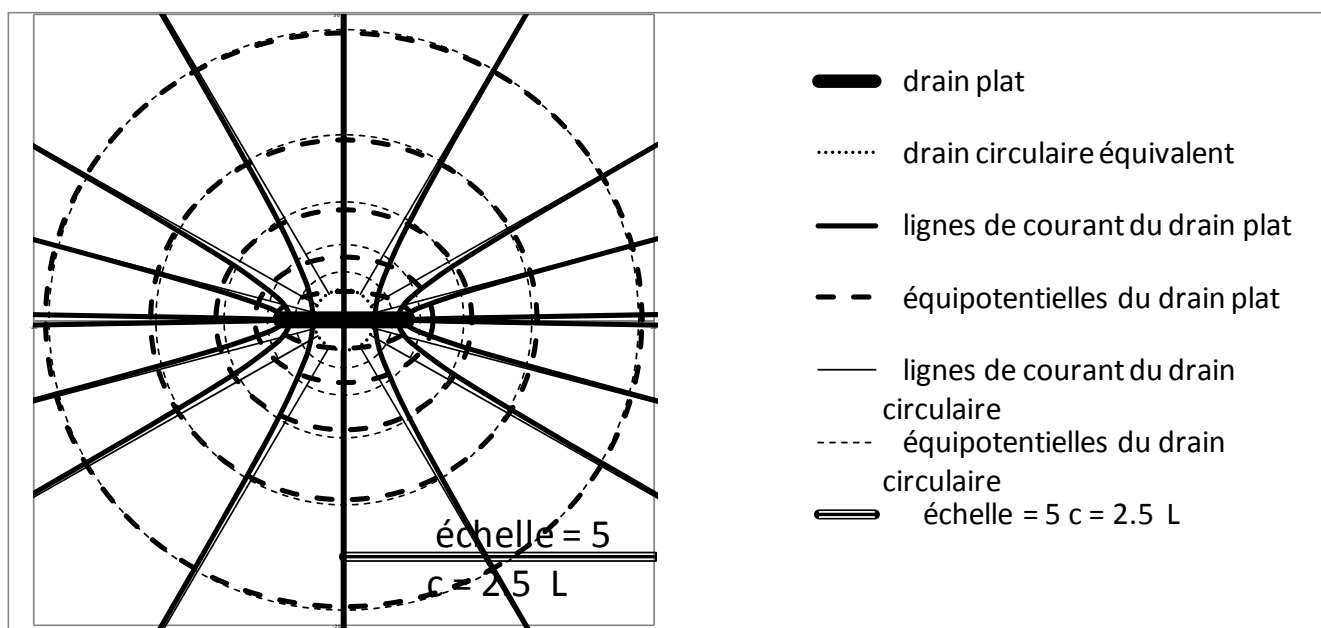


Figure 2 – Drain plat et drain circulaire équivalent : équipotentiels et lignes de courant

3. Suivi de la consolidation sur le chantier Ikea à Bayonne

3.1. Le projet de préchargement des zones de parking et voiries

Situé en bordure de l'Adour au Nord, le projet IKEA de Bayonne s'étend sur 550 m du Nord au Sud et sur 300 m d'Est en Ouest. Il comprend deux opérations indiquées au schéma de la figure 3, décalées d'environ 1 an dans le temps :

- 1) le magasin Ikea avec ses parkings (zones 1 à 4) et la Voierie Ouest (zones 5 et 6)
- 2) le centre commercial Inter-Ikea avec la Voierie Est et le Parking Nord.

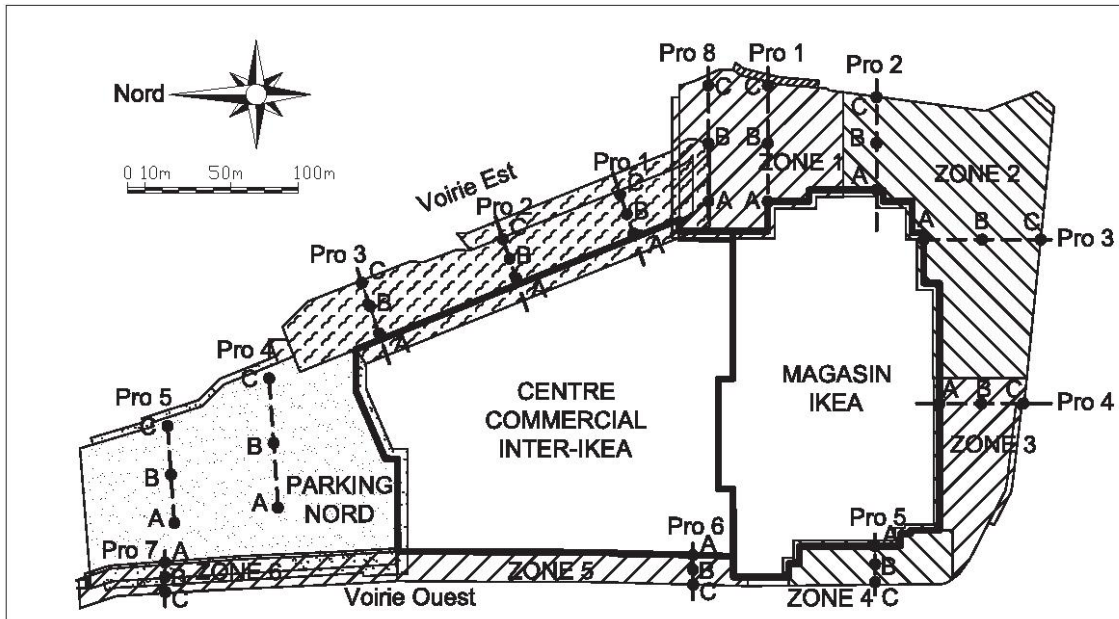


Figure 3 – Plan des deux opérations IKEA avec parkings et voeries

Sur les voeries et les parkings, il a été prévu un préchargement des alluvions très compressibles, des argiles peu plastiques d'épaisseur de 20m à 50m. La reconnaissance G0 et le projet G2 ont été réalisés par Fugro, les remblais de préchargement et leur suivi ont été assurés par Colas, assisté de Fondasol et de Géolithe.

Le but du préchargement est de limiter le tassement de fluage des zones de parking et de voerie pendant les 10 premières années de service à 10cm. Il était prévu sur le projet Ikea une durée de préchargement de 6 mois, avec 90% de consolidation à 4 mois, et sur le projet Inter-Ikea, 95% de consolidation à 6 mois, pour une durée de préchargement de 8 mois sur la Voierie Est, de 6 mois sur le Parking Nord. On examine ici uniquement la consolidation à 4 mois, à l'exclusion du fluage produit ultérieurement.

Les argiles ont été traitées par drains verticaux en plastique, foncés sur toute la profondeur des alluvions pour le projet Ikea et la Voierie Est du projet Inter-Ikea. Sur le Parking Nord, la profondeur des drains a été limitée à -15m NGF, compte tenu de la présence d'une épaisse couche de sable entre -7 et -22 NGF, surmontant à nouveau des argiles molles. La cote du TN se situe aux environs de +2 NGF. La largeur des drains est $L=10$ cm, l'épaisseur $e=3$ mm, le maillage est carré, la trame 'd' est 1,25m sur Ikea, 1,30m sur Inter-Ikea.

D'après la théorie de Barron, la consolidation radiale est donnée par :

$$U_r = 1 - \exp(-t/c) \quad c = A/c_r \quad A = D_m^2 \left[\frac{\ln n}{8(1-n^{-2})} - \frac{3-n^{-2}}{32} \right] \quad (10)$$

avec :
 c_r = coefficient de consolidation radiale. Valeur de calcul : $c_r=1,4 \cdot 10^{-7}$ m²/s
 D_m = diamètre équivalent de la maille = 1,13 d pour une maille carrée
 $n = D_m/D_{\text{éq}}$
 $D_{\text{éq}}$ = diamètre équivalent du drain

Selon les valeurs retenues pour $D_{\text{éq}}$, la constante de temps 'c' vaut alors :

- projet IKEA $c=48$ jours pour $D_{\text{éq}} = 0.64$ L, $c=54$ jours pour $D_{\text{éq}} = 0.50$ L.
- projet Inter-IKEA $c=53$ jours pour $D_{\text{éq}} = 0.64$ L, $c=59$ jours pour $D_{\text{éq}} = 0.50$ L.

Le coefficient c_r a été mesuré par des essais oedométriques à drainage radial (Fig. 4), réalisés suivant la méthode d'essai LCPC N°13 (Magnan *et al.*, 1985), où la procédure de l'essai ordinaire est modifiée en pratiquant un drain central dans l'éprouvette et en empêchant le drainage vertical. Les essais ont été effectués à différentes profondeurs dans 3 sondages situés dans la partie centrale du site. Aucune tendance n'ayant été mise en évidence, que ce soit avec la profondeur ou avec la proximité de l'Adour, une seule valeur de calcul, prudente, a été préconisée par Fugro et retenue sur l'ensemble du site, à savoir $c_r = 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$.

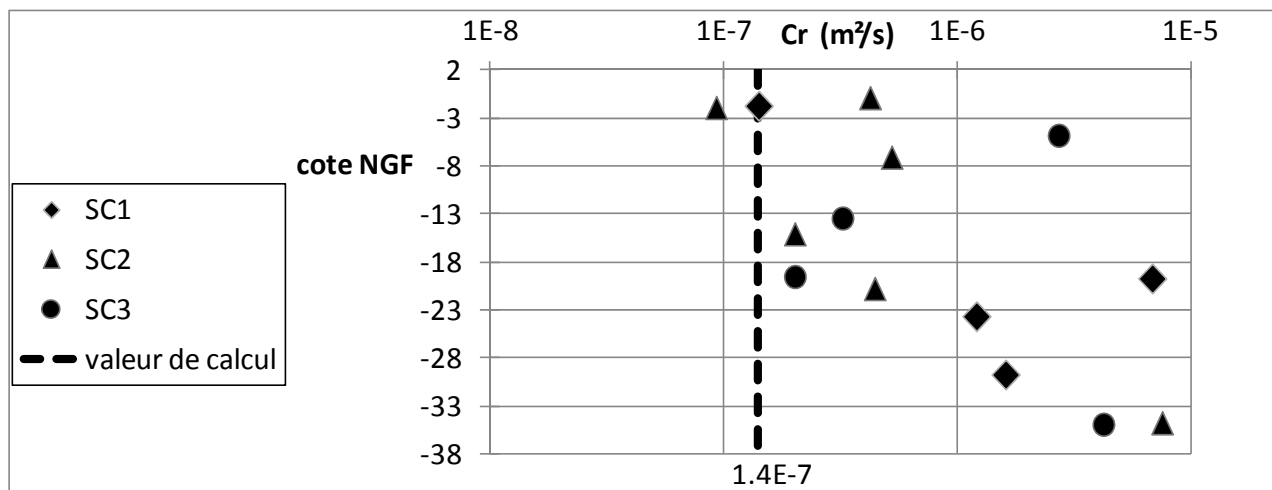


Figure 4 – Valeurs de c_r mesurées (sondages SC1, SC2 et SC3) et valeur de calcul.

Le tassement en un point donné a été mesuré par différents moyens (Binda *et al.*, 2016): profilomètre, boule tassométrique, relevé topographique d'un repère placé sur le remblai, et, en quelques points du projet Inter-Ikea, pige sur plaque placée au niveau du TN. La fréquence des relevés était de 2 par semaine (Ikea) ou 1 par semaine (Inter-Ikea).

Pour déterminer le pourcentage de consolidation à la fin des 4 mois, la méthode d'Asaoka était prescrite. Nous avons préféré appliquer un tableur, dit FINCONSOLRAD, dont le principe est d'ajuster une courbe de consolidation radiale sur les points de mesure (Baguelin, 1999). Par rapport à la méthode d'Asaoka, cette méthode permet :

- d'interpréter des intervalles de temps non rigoureusement constants, avec possibilité d'interruption des mesures, en cas d'avarie de matériel, ou en période de vacances.
- de combiner plusieurs types de mesure, moyennant des recalages.
- de séparer la contribution des strates argileuses et celle des strates sableuses, et de donner l'avancement de la consolidation non seulement en proportion du tassement total final, mais aussi en termes de vitesse de consolidation des strates argileuses.

La figure 5 montre le suivi du tassement au point B du profilomètre 4 en zone 3 d'Ikea.

Le TN est à +2 NGF, le substratum à -34 NGF, la hauteur du remblai de préchargement est 4m et la charge nette est de 73 kPa. Les mesures ignorées (cercles vides) sont les mesures de la boule tassométrique et les mesures avant la fin de montée du remblai, car la charge est alors variable. Les mesures prises en compte (cercles pleins) sont celles du profilomètre 4, au droit du point B, et les mesures du repère topographique, posé sur le remblai, recalées, car il leur manque le tassement produit par la montée du remblai.

On ajuste sur les cercles pleins la courbe "s théo (total)", en recherchant les valeurs des paramètres a , b , c , minimisant la somme des carrés des écarts 'e' entre mesure et valeur théorique. La fonction théorique est de la forme :

$$s = a [1 - \exp(-t/c)] + b \quad (11)$$

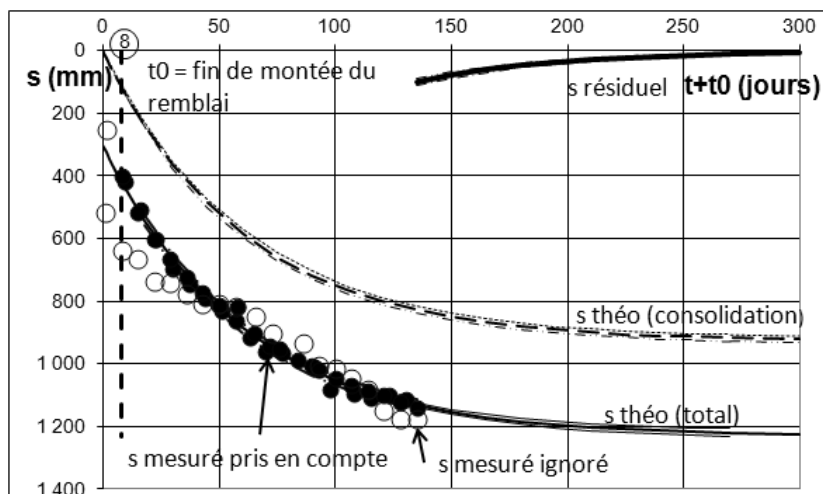


Figure 5 – Tassement à 4 mois en zone 3, point B du profilomètre 4

Les résultats de l'ajustement à 4 mois sur l'ensemble des points A, B et C, sont donnés au tableau 1.

Tableau 1. Ajustement d'une courbe de consolidation à 4 mois

Projet IKEA		s_c (mm)	a (mm)	c (jours)	σ_e (mm)	Voierie Est		s_c (mm)	a (mm)	c (jours)	σ_e (mm)
zone 1	A-pro 1	1457	1024	48	21	pro 1	A	1123	663	42	14
	B-pro 1	1377	949	45	19		B	1133	698	38	15
	A-pro 8	1223	837	40	23		C	831	581	39	13
	B-pro 8	1167	732	36	25						
zone 2	A-pro 2	1089	872	48	37	pro 2	A	1093	535	40	16
	B-pro 2	1095	876	57	14		B	1164	585	36	16
	C	706	474	35	18						
	A-pro 3	944	646	53	25	pro 3	A	614	379	40	16
B-pro 3	999	861	47	22	B		707	359	45	16	
zone 3	A-pro 4	1040	921	63	17	C	487	278	56	18	
	B-pro 4	1230	927	60	17	Valeurs de calcul					
zone 4	A-pro 5	803	582	62	32	IKEA	c ($D_{\text{eq}}=0,64L$)		c ($D_{\text{eq}}=0,5L$)		
	A-pro 5	779	634	59	16		48 j	54 j			
zone 5	B-pro 6	410	273	82	15	Voierie Est	53 j	59 j			
zone 6	B-pro 7	326	179	51	15						

Le terme $s_c = a+b$ est le tassement total final, σ_e est l'écart-type de l'ajustement. Il est de l'ordre de grandeur de la précision des mesures de tassement des profilomètres (2 cm environ, cf Binda *et al*, 2016). Les termes 'a' et 'b' représentent respectivement le tassement de consolidation final des strates argileuses, qui se consolident lentement, et le tassement de consolidation final des strates sableuses, qui est atteint dès la fin de la montée des remblais. La consolidation des argiles (courbe "s théo (consolidation)") est régie par la constante de temps 'c'. Le cas de la figure 5 est celui de la ligne "zone 3, B-pro 4".

La figure 6 récapitule les valeurs de 'c' obtenues sur les deux sites, ainsi que les valeurs prévues avec les deux hypothèses de D_{eq} . Pour chaque valeur de 'c' observée sur chantier, elle montre le tassement total 's_c' et le tassement des strates argileuses 'a'. On voit que sur Ikea la valeur de calcul avec $D_{\text{eq}}=0.5L$ est plus représentative. Sur Inter-Ikea,

la valeur " c ($D_{\text{éq}}=0.5L$)" enveloppe les valeurs observées, contrairement à " c ($D_{\text{éq}}=0.64L$)". Mais il est clair que le choix de la valeur du coefficient de consolidation radiale c_r est aussi important que celui du diamètre équivalent. La valeur proposée par Fugro ($c_r=1,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$), prudente, permet de couvrir raisonnablement la dispersion.

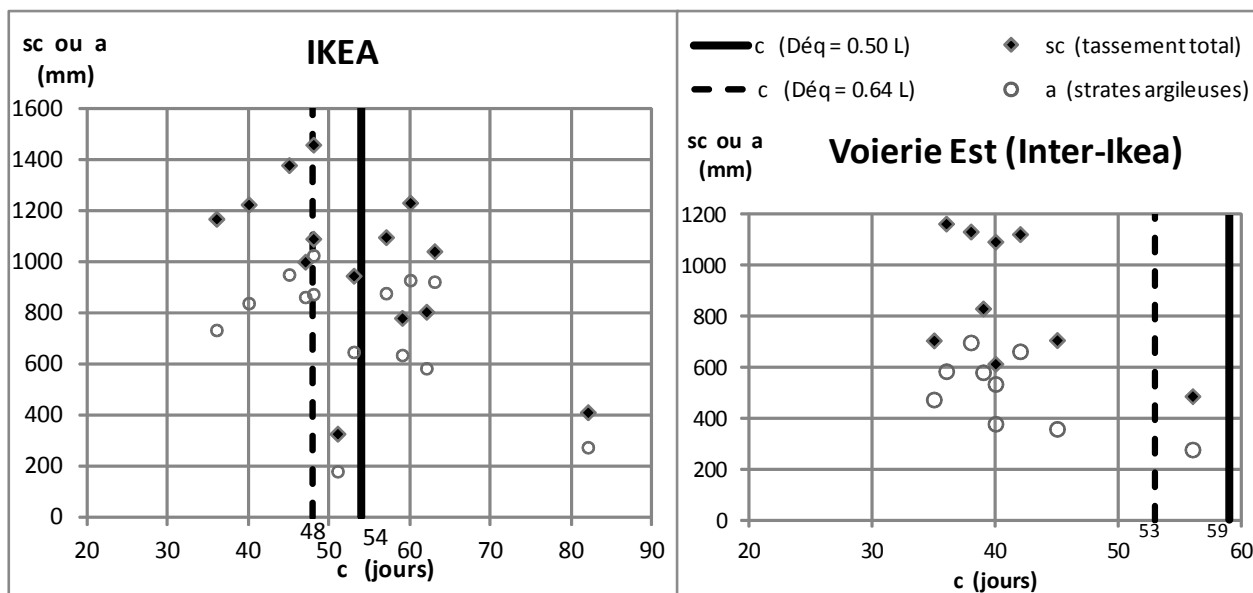


Figure 6 – Constante de temps ' c ' : valeurs observées et valeurs de calcul.

4. Conclusions

La valeur théorique du diamètre équivalent d'un drain plat a été déterminée par application de la théorie du potentiel complexe des champs laplaciens. Elle vaut la moitié de la largeur du drain : $D_{\text{éq}}=0.5L$.

Sur le projet Ikea à Bayonne, où les alluvions, de 20 à 50m d'épaisseur, ont été préchargées, le suivi de la consolidation montre que la valeur théorique est convenable, à condition de bien fixer la valeur de calcul du coefficient de consolidation radiale c_r .

5. Références bibliographiques

- Baguelin F. (1999). La détermination des tassements finaux de consolidation : une alternative à la méthode d'Asaoka. *Revue Française de Géotechnique n°86*, 9 pages.
- Binda J., Baguelin F., Mansuy C., Serre J.B. (2016). Méthode observationnelle pour le préchargement des futures voiries IKEA-IICB à Bayonne (64). *JNGG 2016*, 8 pages.
- Laboratoires des Ponts-et-Chaussées (1971). Etude des remblais sur sols compressibles - Recommandations des Laboratoires des Ponts-et-Chaussées, *Dunod, Paris*.
- Magnan J.P., Deroy J.M., Queyroi D. (1980). Etude de l'efficacité des principaux types de drains verticaux. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées n°110*, nov-déc 1980, réf. 2499, 16 pages.
- Magnan J.P., Mieussens C., Soyez B., Vautrain J. (1985). Essais Oedométriques. *Méthode d'essai LPC N°13*, 83 pages.